

# 獨立研究數學組教學

指導老師：羅于茜老師

# 一、數學組基本要求

- 對獨立研究有充分的認識
- 對未知數的運算最好有基本概念
- 主動性要強：主動蒐集資料；  
廣泛閱讀文獻；  
自己找到方向訪問專家、學者  
積極尋找解答等。

# 「獨立研究」

- 以個人或小組為單位，真正去關心問題，發現問題，進而發展出一個研究計畫，並依計畫收集資料、深入研究。最後針對研究結果，分析整理歸納，產生一個新穎、獨特，屬於個人或小組的發現，這個研究的學習活動就稱為『獨立研究』
- 目的：能從自己選定的研究主題中，親身參與研究，由過程中培養「存疑創新」的科學精神、「實事求是、精益求精」的科學方法、涵養「客觀理智、嚴密徹底」的科學態度。

## 二、獨研數學組研究作品簡介

- 邏輯推理組
- 幾何組
- 代數組

# 邏輯推理組—妙算神機 (蘭雅92年度獨研)

## □ 研究動機：

在『數學思考』書中發現準備一台計算機，數字部分只能按1和0，其他的 $+$  $-$  $\times$  $\div$ 都可以按，找出每一個數需要按的最少次數。

例如：數字9最少可以按 $10-1=$

其中1出現2次，0出現1次，共按5次按鍵

# 邏輯推理組—妙算神機 (蘭雅92年度獨研)

## □ 研究目的：

1. 找出各個數字（目前只做到1~150），在只能按1和0，+ - × ÷ =的情況下，所需要的最少按鍵次數。
2. 找出以各種表格排列時，出現的各種連號數列（所以電腦能力要強）。

# 邏輯推理組—妙算神機 (蘭雅92年度獨研)

- 研究結果摘要：並非數字大者總按鍵次數就較多

數字	按法	總按鍵次數
100	100	3
91	$101 - 10 =$ (還有其他方法嗎)	7
47	$1 + 11 = + = = =$	9

# 邏輯推理組—妙算神機 (蘭雅92年度獨研)

## □ 研究結果摘要：

1. 即使可以用乘方法按出的數, 其乘方法也不一定最快。

例：100可用100 (3次按鍵) 或 $10 \times =$  (4次按鍵)

2. 如果用的計算機不同, 可能會出現不同的結果。但誤差次數不超過1。 例如：使用甲、乙兩台計算機按73

甲： $11 + 10 = + = = =$  共10次按鍵

乙： $11 + 10 + = = =$  共9次按鍵

但是甲台如果用乙台的按法，則按不出同樣的數。



# 邏輯推理組—鎚銖必較 (蘭雅92年度獨研)

## □ 研究目的：

1. 在若干硬幣中，只有一個與其餘硬幣重量不同，已知重量不同者為較輕或較重，找出質量不同的那個硬幣。
2. 在若干硬幣中，只有一個與其餘硬幣重量不同，不知重量不同者為較輕或較重，找出質量不同的那個硬幣。
3. 在若干質量均不等的硬幣中，依質量大小排列。

# 邏輯推理組 — 鎚銖必較 (蘭雅92年度獨研)

## □ 舉例說明：

1. 假設已知不同者較重，找出質量不同的那個硬幣。  
例如有9個。
2. 假設不知重量不同者為較輕或較重，找出質量不同的那個硬幣。例如有10個。

# 邏輯推理組—變形數獨 (忠孝96年度獨研)

- 簡介數獨的由來、發明者、玩法。
- 探討變形數獨以及其他相關的遊戲，例如：魔術方塊。
- 作出數獨的延伸及應用。

# 幾何組：碎形幾何 (忠孝92年度獨研)

## □ 研究目的：

1. 探討碎形幾何學的理論
2. 探討碎形圖形的意義
3. 利用動態幾何軟體GSP做出碎形圖形
4. 將成果傳到忠孝網頁上供大家欣賞

# 幾何組：三角形內的一點（忠孝90年度獨研）

- 1. 外心：三中垂線的交點
- 2. 內心：三內角平分線的交點
- 3. 重心：三中線的交點
- 4. 垂心：三高線的交點
- 5. 旁心：三外角平分線兩兩的交點
- 6. 費馬點：三角形三邊向外作三個正三角形，再作三個外接圓，  
，三個外接圓的交點就是費馬點。
- 7. 尤拉線：三角形外心、垂心、重心會共線即尤拉線

# 幾何組：凸 $N$ 多邊形的內接等邊

$N$ 多邊形作法之探討 (忠孝90年度獨研)

## □ 研究動機：

數學老師曾說等腰梯形性質—**連接四邊中點所成之四邊形必為等邊** (為什麼)。那對於其他不規則的四邊形及其他多邊形呢？

# 幾何組：凸 $N$ 多邊形的內接等邊

## $N$ 多邊形作法之探討 (忠孝90年度獨研)

### □ 研究目的：

1. 分析不同的凸多邊形的內接等邊多邊形的做法。
2. 尋求任一凸多邊形各邊上可做出的內接等邊多邊形的範圍。
3. 尋找三角形中，最大、最小內接等邊三角形的位置並推廣至多邊形。

# 幾何組：公式證明與面積幾何 (忠孝94年度獨研)

## □ 研究目的：

1. 先推演出平方和、立方和等公式，再藉助圖形來展現無言證明的功力

2. 阿貝爾公式的證明



# 代數組：海龍公式（忠孝91年度獨研）

## □ 研究動機：

起因於數學老師在課堂上提出一系列關於面積的公式（？），研究者想深入探討與證明。

# 代數組：海龍公式

## □ 研究目的：

1. 證明海龍公式
2. 尋找任意四邊形的面積求法
3. 將圖形座標化以求面積——推廣

# 三、七下獨研的目標

- 提升未知數的運算、幾何證明的能力
- 大量閱讀相關的文獻以及獨研報告，找出幾個自己有興趣的題目，收集資料加以整理，選擇發展性較佳的題目，完成獨立研究的大綱
- 加強電腦繪製圖形及處理資料的能力。

## 四、獨立研究的方向何處尋？

- 瀏覽歷屆學長的獨研作品
- 搜尋網路相關的獨研報告
- 有興趣的遊戲系統化：幻方、九宮格、  
魔術方塊等等

# 五、獨立研究大綱內容

- 封面(包含學校、研究組別、題目、指導老師、小組成員)
- 摘要(三百字以內)
- 研究動機
- 研究目的
- 文獻探討
- 研究過程或方式
- 研究結果
- 討論
- 結論
- 參考資料及其他