

3-3 十字交乘法 因式分解

吳佳玲編製

十字交乘法因式分解

- 二次項的多項式 $ax^2 + bx + c$ 可以分解成

$$(px+q)(rx+s)$$

記錄成

$$\begin{array}{cc} px & + q \\ rx & + s \end{array}$$

十字交乘

將二次多項式分成2個一次多項式

二次係數為1的十字交乘法

▣ 例如:從多項式乘法推論---

▣ $(x+2)(x+3)=x^2+5x+6$

▣
$$\begin{array}{r} x \quad +2 \\ \times \quad \times \\ x \quad +3 \\ \hline x^2 \quad +2x \\ \quad +3x \quad +6 \\ \hline x^2 \quad +(2+3)x \quad +2.3 \end{array}$$

▣ $= (x+p)(x+q) = x^2 + (p+q)x + p \cdot q$

二次係數為1的十字交乘法

▣ $X^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

▣ 口訣:前面拆兩個，

後面拆兩個，

前後交叉相乘找中間。

$$\left\{ \begin{array}{l} X^2 = X \cdot X \\ c = p \cdot q \\ b = p + q \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{cc} x & +p \\ x & +q \\ \hline px & + & qx \end{array}$$

二次項係數為1，常數項為正數

▣ 範例 - 中間為正數，後面為正數

▣ $X^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

▣ X^2+4X+3

▣ $x^2=x.x$

▣ $3=1.3=(-1).(-3)$

▣ $4x=1x+3x$

▣ $-4x=-1x+(-3x)$ (與中間不符)

口訣:

前面拆兩個

後面拆兩個

前後交叉相乘找

中間

x		+3
x		+1
<hr/>		
3x	+	1x

公式: $X^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

$x^2+8x+12$

$x^2=x.x$

$12=2.6$

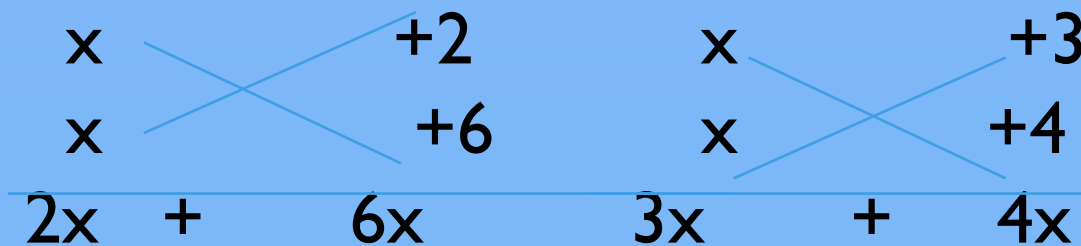
$=3.4$

哪個相加等於中間係數8?

所以答案是哪一個?

a. $(x+2)(x+6)$

b. $(x+3)(x+4)$



口訣:
前面拆兩個
後面拆兩個
前後交叉相乘找
中間

公式: $x^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

$x^2+7x+10$

$x^2=x \cdot x$

$10=1 \cdot 10$

$7=2 \cdot 5$

哪個相加等於中間係數7?

所以答案是哪一個?

a. $(x+1)(x+10)$

b. $(x+2)(x+5)$

口訣:
前面拆兩個
後面拆兩個
前後交叉相乘找
中間

x		$+1$		x		$+2$
x		$+10$		x		$+5$
x	$+$	$10x$		$2x$	$+$	$5x$

□ 公式: $X^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

□ 請你試算

□ $x^2+17x+30$

□ $x^2=x.x$

□ $30=2.15$

□ $=3.10$

□ $=6.5$

哪個相加等於中間17?

所以答案是哪一個?

a. $(x+2)(x+15)$

b. $(x+3)(x+10)$

c. $(x+6)(x+5)$

口訣:

前面拆兩個

後面拆兩個

前後交叉相乘找

中間

$$\begin{array}{r} x \quad +2 \\ x \quad +15 \\ \hline 2x \quad + \quad 17x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \quad +3 \\ x \quad +10 \\ \hline 3x \quad + \quad 13x \end{array}$$

公式: $X^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

範例-中間為負數，後面為正數

$x^2-7x+12$

$x^2=x \cdot x$

$12=-2 \cdot -6$

$=-3 \cdot -4$

哪個相加等於-7?

所以答案是哪一個?

a. $(x-2)(x-6)$

b. $(x-3)(x-4)$

x -2 x -3
 x -6 x -4

 $-2x$ + $-6x$ $-3x$ + $-4x$

口訣:
前面拆兩個
後面拆兩個
前後交叉相乘找
中間

□ 公式: $X^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

□ $x^2-8x+15$

□ $x^2=x.x$

□ $12=-1.-15$

□ $\quad =-3.-5$

哪個相加等於-8?

所以答案是哪一個?

a. $(x-1)(x-15)$

b. $(x-3)(x-5)$

口訣:

前面拆兩個

後面拆兩個

前後交叉相乘找
中間

The diagram illustrates the FOIL method for two quadratic expressions. On the left, for $(x-1)(x-15)$, the first terms are x and x , the last terms are -1 and -15 . Blue lines connect x to -15 and x to -1 , crossing each other. Below this, the result is shown as $-x + -15x$. On the right, for $(x-3)(x-5)$, the first terms are x and x , the last terms are -3 and -5 . Blue lines connect x to -5 and x to -3 , crossing each other. Below this, the result is shown as $-3x + -5x$.

公式: $x^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

$x^2-12x+20$

$x^2=x.x$

$20=-1.-20$

$=-4.-5$

$=-2.-10$

哪個相加等於-12?

所以答案是哪一個?

a. $(x-1)(x-20)$

b. $(x-4)(x-5)$

c. $(x-2)(x-10)$

口訣:

前面拆兩個

後面拆兩個

前後交叉相乘找中間

x -1
 x -20
-x + -20x

x -4
 x -5
-4x + -5x

▣ 公式: $X^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

▣ $x^2-9x+18$

▣ $x^2=x.x$

▣ $20=-1.-18$

▣ $=-2.-9$

▣ $=-3.-6$

哪個相加等於-9?

所以答案是哪一個?

a. $(x-1)(x-18)$

b. $(x-2)(x-9)$

c. $(x-3)(x-6)$

口訣:

前面拆兩個

後面拆兩個

前後交叉相乘找

中間

x -1 x -2
 $-x$ -18 $-x$ -9
-x + -18x -2x + -9x

注意

- ▣ 當常數項為正數時，一次項係數為正數，將後面兩個數拆成兩個正數。
- ▣ 當常數項為正數時，一次項係數為負數，將後面兩個數拆成兩個負數。

二次項係數為1，常數項為負數

▣ 範例 - 中間為正數，後面為負數

▣ $X^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

▣ X^2+2X-3

▣ $x^2=x.x$

▣ $-3=1.(-3)=(-1).3$

▣ $2x=(-1x)+3x$

▣ $-2x=1x+(-3x)$ (與中間不符)

口訣:

前面拆兩個

後面拆兩個

前後交叉相乘找

中間

x	+3	x	-3
x	-1	x	+1
<hr/>			
3x	+ -1x	-3x	+1x

公式: $X^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

$x^2+4x-12$

$x^2=x.x$

$-12=-2.6=2.-6$

$=-3.4=3.-4$

哪個相加等於中間係數4?

所以答案是哪一個?

a. $(x-2)(x+6)$

b. $(x-3)(x+4)$

c. $(x+2)(x-6)$

b. $(x+3)(x-4)$

口訣:

前面拆兩個

後面拆兩個

前後交叉相乘找

中間

x	-2	x	+3
x	+6	x	-4
-2x + 6x		3x - 4x	

□ 公式: $X^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

□ $x^2+7x-18$

□ $x^2=x \cdot x$

□ $-18=-2 \cdot 9=2 \cdot -9$

□ $=-3 \cdot 6=3 \cdot -6$

哪個相加等於中間係數7?

所以答案是哪一個?

a. $(x-3)(x+6)$

b. $(x+3)(x-6)$

c. $(x-2)(x+9)$

b. $(x+2)(x-9)$

口訣:

前面拆兩個

後面拆兩個

前後交叉相乘找

中間

$$\begin{array}{cc} x & +2 \\ x & -9 \\ \hline 2x & + & -9x \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} x & +3 \\ x & -6 \\ \hline 3x & + & -6x \end{array}$$

□ 公式: $X^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

□ $x^2+8x-20$

□ $x^2=x \cdot x$

□ $-20=-4 \cdot 5=4 \cdot -5$

□ $=-2 \cdot 10=2 \cdot -10$

哪個相加等於中間係數8?

所以答案是哪一個?

a. $(x-4)(x+5)$

b. $(x+4)(x-5)$

c. $(x-2)(x+10)$

b. $(x+2)(x-10)$

口訣:

前面拆兩個

後面拆兩個

前後交叉相乘找

中間

$$\begin{array}{r} x \quad \quad +4 \\ x \quad \quad -5 \\ \hline 4x \quad + \quad -5x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \quad \quad +2 \\ x \quad \quad -10 \\ \hline 2x \quad + \quad -10x \end{array}$$

二次項係數為1，常數項為負數

▣ 範例 - 中間為負數，後面為負數

▣ $X^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

▣ X^2-3X-4

▣ $x^2=x.x$

▣ $-4=1.(-4)=(-1).4$

▣ $3x=(-1x)+4x$ (與中間不符)

▣ $-3x=1x+(-4x)$

口訣:

前面拆兩個

後面拆兩個

前後交叉相乘找

中間

x	+4	x	-4
x	-1	x	+1
4x	-1x	-4x	+1x

□ 公式: $X^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

□ x^2-x-12

□ $x^2=x \cdot x$

□ $-12=-2 \cdot 6=2 \cdot -6$

□ $=-3 \cdot 4=3 \cdot -4$

哪個相加等於中間係數-1?

所以答案是哪一個?

a. $(x-2)(x+6)$

b. $(x-3)(x+4)$

c. $(x+2)(x-6)$

b. $(x+3)(x-4)$

口訣:
前面拆兩個
後面拆兩個
前後交叉相乘找
中間

x -2
 x $+6$
-2x + 6x

x $+3$
 x -4
3x + -4x

□ 公式: $X^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

□ $x^2-3x-18$

□ $x^2=x.x$

□ $-18=-2.9=2.-9$

□ $=-3.6=3.-6$

哪個相加等於中間係數-3?

所以答案是哪一個?

a. $(x-2)(x+9)$

b. $(x-3)(x+6)$

c. $(x+2)(x-9)$

b. $(x+3)(x-6)$

口訣:
前面拆兩個
後面拆兩個
前後交叉相乘找
中間

$-2x + 9x$

$3x + -6x$

□ 公式: $X^2+bx+c=(x+p)(x+q)$

□ x^2-x-20

□ $x^2=x \cdot x$

□ $-20=-2 \cdot 10=2 \cdot -10$

□ $=-5 \cdot 4=5 \cdot -4$

哪個相加等於中間係數-1?

所以答案是哪一個?

a. $(x-2)(x+10)$

b. $(x-5)(x+4)$

c. $(x+2)(x-10)$

b. $(x+5)(x-4)$

口訣:
前面拆兩個
後面拆兩個
前後交叉相乘找
中間

$$\begin{array}{cc} x & -5 \\ x & +4 \\ \hline -5x & + 4x \end{array} \qquad \begin{array}{cc} x & +2 \\ x & -10 \\ \hline 2x & + -10x \end{array}$$

注意

- ▣ 當常數項為負數時，一次項係數為正數，將後面拆成一個正數、一個負數，正數的絕對值較大。
- ▣ 當常數項為負數時，一次項係數為負數，將後面拆成一個正數、一個負數，負數的絕對值較大。